Université de Monastir
Concours de Réorientation Session 2021

جامعة المنستير
مناظرة إعادة التوجيه دورة 2021

الاختصاص: الإجازة في التربية والتعليم	مادة الاختبار: إختبار في الرياضيات
تاريخ إجراء الاختبار: 24 مارس 2021	مدة الاختبار: 2 ساعات (من الساعة 14.00 إلى الساعة 16.00)
الضارب: 1	

Exercice 1 :(5 points)

Au cours d'une épidémie de grippe, on vaccine le tiers d'une population.
Parmi les grippés, un sur dix est vacciné. La probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la population soit grippée est 0,25.
On choisit au hasard un individu de cette population et on considère les évènements suivants:
V : « L'individu choisi est vacciné »
G : « L'individu choisi est grippé »

1) Déterminer p(G), p(V) et p (V/G) .
2) a) Montrer que la probabilité que l'individu choisi soit vacciné et grippé est $\frac{1}{40}$
   b) En déduire la probabilité que l'individu choisi soit vacciné ou grippé
3) Quelle est la probabilité, pour un individu vacciné de cette population, qu'il soit grippé.
4) L'individu choisi est non grippé. Qu'elle est la probabilité qu'il soit vacciné.

Exercice 2 : (6 points)

Soit (u_n) une suite à termes positifs définie sur IN^* par :

$$u_1 = 1 \text{ et pour tout } n \geq 1 \quad (u_{n+1})^2 = e \cdot u_n$$

1) Ecrire u_2, u_3 et u_4 sous forme e^r avec r un rationnel .
2) a) Montrer que pour tout $n \geq 1$ on a : $1 \leq u_n \leq e$
   b) Vérifier que pour tout $n \geq 1$; $(u_{n+1})^2 - (u_n)^2 = u_n(e - u_n)$.
   En déduire que la suite (u_n) est croissante.
   c) Montrer alors que (u_n) est convergente.
3) Soit (v_n) la suite définie sur IN^* par : $v_n = \ln(u_n) - 1$
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$
   b) En déduire que pour tout $n \geq 1$, on a : $u_n = e^{1-\frac{1}{2^{n-1}}}$
   c) Calculer alors la limite de la suite (u_n) .
4) Pour tout entier naturel non nul , on considère : $P_n = u_1.u_2.u_3 \dots u_n$
   a) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , on a : $P_n = e^{n-2(1-\frac{1}{2^n})}$.
   b) Calculer la limite de $e^{-n}P_n$

Exercice 3 :(9 points)

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = 2\ln(x) - \ln^2(x)$.
Soit C la courbe représentantative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Vérifier que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

b) Justifier que C admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

c) Montrer que C coupe l'axe des abscisses exactement en deux points d'abscisses respectifs 1 et e^2

2) a) Montrer que, pour tout $x \in]0;+\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{2(1-\ln(x))}{x}$

b) Dresser le tableau de variation de f.
En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

c) Tracer la courbe C .

3) On considère la fonction F définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$F(x) = x(-4 + 4\ln(x) - \ln^2(x)).$$

a) Montrer que F est une primitive de f sur $]0;+\infty[$

b) Soit $J = \int_e^{e^2} f(x)\,dx$. Interpréter graphiquement l'intégrale J.

c) Calculer la valeur de J .

d) En déduire la valeur de l'intégrale $k = \int_e^{e^2} ln^2(x)\,dx$

3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[e;\ e^2]$

a) Montrer que g réalise une bijection de $[e;\ e^2]$ sur $[0;\ 1]$

b) Tracer la courbe C' de g^{-1} dans le même repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

c) Montrer que pour tout $x \in [0;\ 1]$ on a : $g^{-1}(x) = e^{1+\sqrt{1-x}}$

d) Calculer $\int_0^1 e^{\sqrt{1-x}}\,dx$.